Конспект урока по теме «Четность, нечетность, периодичность тригонометрических функций»

Тема урока: «Четность, нечетность, периодичность тригонометрических функций».

Тип урока: урок изучения нового.

Цели урока:

Учебная задача: формирование представлений о нечетной и четной функции,

о периодической функции, о периоде функции, о наименьшем положительном периоде.

Диагностируемые цели:

По окончании урока ученик:

Знает:

- определение области определения и множества значений функции, в том числе тригонометрических функций;

- определение четности и нечетности функции;

- определение периодичности тригонометрических функций;

- свойства тригонометрических функций.

Умеет:

- находить область определения и область значений тригонометрических функций;

- находить период тригонометрических функций, исследовать их на четность и нечетность;

- находить нули тригонометрических функций;

- находить промежутки постоянных знаков.

Понимает:

*-* что периодические функции имеют бесконечно много периодов.

Методы обучения: эвристическая беседа, репродуктивный, частично – поисковые.

Форма обучения: фронтальная.

Средства обучения: традиционные, канва-таблица, презентация.

Структура урока:

1. Мотивационно-ориентировочная часть (15 мин)
2. Содержательная часть (25 мин)
3. Рефлексивно-оценочная часть (5 минут)

Ход урока

Учащимся дается предварительное домашнее задание: указать область определения и множество значений функций *y = cos x, y = sin x, y = tg x* и   
*y = ctg x,* проверить на четность/нечетность, указать промежутки знакопостоянства.

|  |  |
| --- | --- |
| Деятельность учителя | Деятельность учащихся |
| 1. Мотивационно-ориентировочная часть | |
| Актуализация  Проверим домашнее задание.  Какова область определения функции *y=cos x*?  Почему?  Запишем в канву-таблицу.  Каково множество значений функции *y=cos x*?  Почему?    Запишем в канву-таблицу.  Функция *y=cos x* является четной или нечетной?  Почему?  Запишите в канву-таблицу.  При каких значениях *х* функция *у=cos x* принимает значение, равное 0?  Запишем в канву-таблицу.  При каких значениях *х* функция принимает положительные значения?  Отрицательные значения?  Запишем в канву-таблицу.  Какова область определения функции *y=sin x*?  Почему?  Запишем в канву-таблицу.  Каково множество значений этой функции?  Почему?  Запишем в канву-таблицу.  Следующее свойство – четность/нечетность.  Какой является функция *y=sin x*?  Почему?  Запишем в канву-таблицу.  При каких значениях *х* функция *у=sin x* принимает значение, равное 0?  Запишем в канву-таблицу.  При каких значениях *х* функция принимает положительные значения?  Отрицательные значения?  Запишем в канву-таблицу.  Какова область определения функции *y = tg x*?  Каково множество значений этой функции?  Четной или нечетной является данная функция?  Почему?  Запишите в канву-таблицу.  При каких значениях *х* функция принимает значение, равное 0?  Положительные значения?  Отрицательные значения?  Запишем в канву-таблицу.  Какова область определения функции *y* = *ctgx*?  Запишем в канву-таблицу.  Каково множество значений данной функции?  Запишем в канву-таблицу.  Какой является данная функция, чётной или нет?  Почему?  Запишите в канву-таблицу.  При каких значениях *х* функция принимает значение, равное 0?  Положительные значения?  Отрицательные значения?  Запишем в канву-таблицу.  Функции *y=cos x*, *y=sin x*, *y=tg x*, *y=ctg x* называются тригонометрическими функциями.  Мотивация  Тригонометрическими функциями описываются многие процессы реальной действительности, которые периодически повторяются по истечении некоторого промежутка времени. Периодически, с периодом в 1 год, меняется расстояние Земли от Солнца, с периодом в 1 лунный месяц меняются фазы Луны и т.д.  Постановка учебной задачи  Итак, мы рассмотрели некоторые свойства тригонометрических функций, но эти функции обладают еще одним важным свойством, о котором мы ранее не говорили, т. к. не было соответствующих функций, которые это свойство иллюстрировали - это свойство периодичности. | Область определения функции *y=cos x* – все действительные числа.  Для любого действительного числа *х* можно указать соответствующую точку на единичной окружности, полученную поворотом точки (1,0) на угол *х* радиан, а следовательно ее абсциссу, т.е. косинус числа *х.*  *Д*(*у*): *R*  Множеством значений функции *y = cos x* является отрезок –1 ≤ *у* ≤ 1.  Т.к. абсциссы точек единичной окружности пробегают именно этот промежуток.   1. *Е*(*у*): [−1;1]   Функция *y=cos x* четная.  Область определения функции симметрична относительно начала координат и для любого значения *х* верно равенство *cos*(-*x*)=*cos x*.  , т.е. четная функция.  *сos x*=0, *х*=*π*/2+*πn*, *n*∈ *Z.*  *сos x*=0, *х*=*π*/2+*πn*, *n*∈  *Z*  Положительные при:  -*π/*2*+*2*πn*<*x*<*π/*2*+*2*πn, n*∈ *Z.*  Отрицательные при  *π/2+*2*πn<x<* 3*π/*2*+*2*πn, n∈ Z.*  Область определения *y=sin x* – все действительные числа.  Для любого действительного числа *х* можно указать соответствующую точку на единичной окружности, полученную поворотом точки (1,0) на угол *х* радиан, а, следовательно, ее ординату, т.е. синус числа *х*.  *Д*(*у*): *R*  Множеством значений функции *y=sin x* является отрезок –1 ≤ *у* ≤ 1.  Т.к. ординаты точек единичной окружности пробегают именно этот промежуток.   1. *Е*(*у*): [−1;1]   Функция *y=sin x* нечетная.  Область определения функции симметрична относительно начала координат и для любого значения *х* *R* верно равенство *sin*(-*x*)= - *sin x*.  , т.е. нечетная функция  *sin x*=0, x=, *nZ*.  *sin x*=0, x=, *nZ*  Положительные при:  2*πn*<*x*<*π+*2*πn, n*∈ *Z.*  Отрицательные при:  -*π+*2*πn<x<2πn, n∈ Z.*  -*π/*2*+πn*<*x*< *π/*2*+πn, n*∈ *Z.*  *y*∊*R*  *y=tg x* – нечетная.  .  *tgx*=0 при *x*=*πn*, *nZ*  Положительные при:  *πn*<*x*<*π/*2*+πn, n*∈ *Z.*  Отрицательные при: -*π/*2*+πn<x<πn, n∈ Z.*  π*n*<*x*< *π+*π*n, n*∈ *Z.*  *y*∊*R*  *у=ctgx* – нечетная.  .  *ctg x*=0 при *х*=*π*/2+*πn*, *n*∈ *Z*;  Положительные при:  *πn*<*x*<*π/*2*+πn, n*∈ *Z.*  Отрицательные при:  *π/*2*+πn<x< π+πn, n∈ Z.* |
| II. Содержательная часть | |
| Формулируется определение: функция *f*(*x*) называется периодической, если существует такое число *T*0, что для любого *x* из области определения этой функции выполняется равенство *f*(*x-T*)=*f*(*x*)=*f*(*x+T*). Число *Т* называется периодом функции *f*(*x*).  Примером периодической нетригонометрической функции может служить функция *у* = {*х*}, которая каждому числу *х* ставит в соответствие его дробную часть.  Например, {3,56} = 0,56; {2,01} = 0,01 и т.д. Если к произвольному числу *х* прибавить 1, то изменится лишь целая часть этого числа; дробная же часть останется прежней. Следовательно, {*х* + 1} = {*х*} и потому функция *у* = {*х*} является периодической с периодом 1.  Из равенства  *f* (*x* + *T*) = *f* (*x*)  следует, что все значения функции *у* = *f* (*x*) повторяются с периодом T. Это находит свое отражение и в графическом изображении периодических функций.  На рисунке представлен график функции *у* = {*х*}. Периодичность функции *у* = {*х*} обусловливает то, что график ее в интервале [0, 1] имеет ту же самую форму, что и в интервалах [1, 2], [2, 3] и т. д.  http://oldskola1.narod.ru/Kochetkov2/138.gif  Если *Т* – период функции *f* (*x*), то 2*Т*, 3*T*, 4*Т* и т. д. – также периоды этой функции.  Действительно,  *f* (*x* + 2*T*) = *f* [(*x* + *T*) + *Т*] = *f* (*x* + *T*) = *f* (*x*),  *f* (*x* + 3*T*) = *f* [(*x* + 2*T*) + *Т*] = *f* (*x* + 2*T*) = *f* (*x*)  и т. д. Кроме того, периодом функции *f* (*x*) можно считать и любое из чисел: – *Т*, – 2*T*, – 3*Т* и т. д. В самом деле,  *f* (*x* – *Т*) = *f*[(*x* – *Т*) + *Т*] = *f* (*x*),  *f* (*x* – 2*Т*) = *f* [(*x* – 2*Т*) + 2*Т*] = *f* (*x*) и т. д. Итак, если число Т есть период функции *f* (*x*), то при любом целом *п* число *пТ* также период этой функции. Поэтому всякая периодическая функция имеет бесконечное множество периодов. Например, периодом функции *у* = {*х*} можно считать любое из чисел: 1, 2, 3, –1, – 2, – 3 и т. д.  Говоря о периоде функции *у* = *f*(*x*), обычно имеют в виду наименьший положительный период. Так, мы говорим, периодом функции {*х*} является число 1.  Покажем, что 2*π* – период функции *y=cos x*.  Так функция *y=cos x* определена на всей числовой оси, то достаточно показать, что *f*(*x*+2*π*)=*f*(*x*). *сos*(*x*+2*π*)=*cos x* по формулам приведения, т.е. 2*π* – период функции.  Покажем теперь, что 2*π* – наименьший положительный период.  Пусть *Т*>0 – период косинуса, т.е. для любого *х* выполняется равенство *cos*(*x* + *Т)*= *cosx*. Положим *х*=0, получим *сos Т*=1. Отсюда *Т*=2*πk*, *kZ*. Так как *Т*>0, то *Т* может принимать значения 2*π*, 4*π*, 6*π*, …, и поэтому период не может быть меньше 2*π*.  Доказать дома самостоятельно, что наименьший положительный период функции *y=sin x* равен 2*π*.  Покажем, что функция *y=tg x* является периодической с периодом *π*.  Если *х* принадлежит области определения этой функции, т.е. *х*≠*π*/2+*πn*, *n*∈ *Z*, то по формулам приведения получаем *tg*(*x*-*π*)= - *tg*(*π-x*)= - (-*tgx*)=*tg x*, *tg*(*x*+*π*)=t*g x*.  Таким образом, *tg*(*x-π*)=*tg x*=*tg*(*x+π*). Следовательно, *π* – период функции *у=tgx*.  Покажем, что *π* – наименьший положительный период функции *у=tg x*.  Пусть *Т* период тангенса, тогда *tg*(*x+Т*)= *tg x*, откуда при *х*=0 получаем *tgТ*=0, *T=kπ*, *kZ*. Так как наименьшее целое положительное *k* равно 1, то *π* – наименьший положительный период функции *у=tg x*.  Доказать дома самостоятельно, что наименьший положительный период функции *y=ctg x* равен *π*. |  |
| 1. Рефлексивно-оценочная часть | |
| Какова была цель нашего урока?  Достигли ли мы ее?  Какая функция называется периодической?  Что называется периодом?  Домашнее задание: § 1, § 2. | Рассмотреть особое свойство тригонометрических функций – периодичность.  Да.  Функция *f*(*x*) называется периодической, если существует такое число *T*0, что для любого *x* из области определения этой функции выполняется равенство *f*(*x*-*T*)=*f*(*x*)=*f*(*x*+*T*).  Число *Т* называется периодом функции *f*(*x*). |

Канва-таблица

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Тригонометрические функции | | | |
| *y* = *sin x* | *y* = *cos x* | *y* = *tg x* | *y* = *ctg x* |
| 1. *D*(*y*): *R*  2. *E*(*y*): [-1,1]  3. *y*(-*x*) = -*y*(*x*), т. е. функция нечетная.  4. *sin* *x* = 0, *x*=*πn* | 1. *D*(*y*): *R*  2. *E*(*y*): [-1,1]  3. *y*(-*x*)=*y*(*x*),  т. е. функция четная.  4. , . | 1. *D*(*y*): *x*≠ *π*/2+ *πn*  2. *E*(*y*): *R*  3. *y*(-*x*) =-*y*(*x*), т. е. функция нечетная.  4. *tg* *x* = 0, *x* = *πn* | 1. *D*(*y*): *x* ≠ *πn*  2. *E*(*y*): *R*  3. *y*(-*x*) = -*y*(*x*), т. е. функция нечетная.  4. *ctg x* = 0, |
| 5. *sin* *x*>0  (2*πn*; *π* + 2*πn*)  *sin x*<0  (-*π* + 2*πn*; 2*πn*) | 5.  *cos x*<0 | 5. *tgx*> 0  (*πn*; *π*/2 + *πn*)  *tg x*< 0  (-*π*/2 + *πn*; *πn*) | 5. *ctg x*> 0  (*πn*; *π*/2 + *πn*)  *сtg x*< 0  (*π*/2 + *πn*; *π*+ *πn*) |