Конспект урока по теме «Функция *y=cos x*, ее свойства и график»

Тема урока: «Функция *y=cos x*, ее свойства и график».

Тип урока: урок изучения нового.

Цели урока:

Учебная задача: рассмотреть функцию *у = cos x* как математическую модель процессов реальной действительности, выявить ее свойства и вид графика.

Диагностируемые цели:

По окончании урока ученик:

Знает:

*-* понятие функции *y=cos x*, ее свойства.

Умеет:

- находить область определения и область значений тригонометрических функций;

- находить период тригонометрических функций, исследовать их на четность и нечетность;

- строить график функции *y=cos x*;

- находить по графику промежутки возрастания и убывания;

- находить по графику промежутки постоянных знаков;

- находить по графику наибольшее и наименьшее значения функции.

Понимает:

-как использовать свойства функции для сравнения и оценки её значений;

- преобразование графиков с помощью симметрии относительно начала координат и осей координат.

Методы обучения: эвристическая беседа, репродуктивный, частично – поисковые.

Форма обучения: фронтальная.

Средства обучения: традиционные, канва-таблица, презентация.

Структура урока:

1. Мотивационно-ориентировочная часть (15 мин)
2. Содержательная часть (25 мин)
3. Рефлексивно-оценочная часть (5 минут)

Ход урока

|  |  |
| --- | --- |
| Деятельность учителя | Деятельность учащихся |
| 1. Мотивационно-ориентировочная часть
 |
| Из предложенных функций выберите тригонометрические:$y=log\_{а}х$ , *y=sin x*, *y=ax*2+*by*+*c*, *y=kx*, *y=cos x*, *y=ln x*, *y=tg x*, $y=e^{x}, $*y=сtg x*Работаем устно. По единичной окружности найти косинусы следующих углов: *cos*(*π*/2);*cos*(*π*/3)*cos*(*π*)*cos*(2*π*/3)*cos*(8*π*)*cos*(-*π*)*cos*(-*π*/2)Какова область определения функции *y=cos x*?Почему?Запишем в канву-таблицу.Каково множество значений функции *y=cos x*?Почему?Запишем в канву-таблицу.МотивацияИтак, вы уже достаточно много знаете о функции *y=cos x*. С этой функцией связаны многие процессы реальной действительности. Например, переменный ток (тот, который в розетке) выражается по формуле *I*(*t*)=*I*0*cos*(*ωt*+*α*), также по закону косинуса происходят колебания маятника или груза на пружине.Постановка учебной задачиПоэтому сегодня на уроке нам нужно до конца исследовать данную функцию на свойства и построить её график. | *y=sin x*, *y=cos x*, *y=tg x*, *y=сtg x*  *cos*(*π*/2)=0; т.к. косинусом угла *π*/2 называется абсцисса точки единичной окружности, полученной поворотом точки *Р*(1;0) вокруг начала координат на угол *π*/2.*cos*(*π*/3)=1/2, т.к. косинусом угла *π*/3 называется абсцисса точки единичной окружности, полученной поворотом точки *Р*(1;0) вокруг начала координат на угол *π*/3.*cos*(*π*)=-1, т.к. косинусом угла *π* называется абсцисса точки единичной окружности, полученной поворотом точки *Р*(1;0) вокруг начала координат на угол *π*.*cos*(2*π*/3)=-1/2, т.к. косинусом угла 2*π*/3 называется абсцисса точки единичной окружности, полученной поворотом точки *Р*(1;0) вокруг начала координат на угол 2*π*/3.Есть два способа нахождения: 1) по единичной окружности: *cos*(8*π*)=1, 2) используя периодичность: *cos*(8*π*)= *cos*(0+4∙2*π*)=1.Есть два способа нахождения: 1) по единичной окружности: *cos*(-*π*)=-12) по определению четной функции: *cos*(-*π*)=*cos*(*π*)=-1.Есть два способа нахождения: 1) по единичной окружности: *cos*(-*π*/2)=0,2) по определению четной функции: *cos*(-*π*/2)=*cos*(*π*/2)=0.Область определения *y=cos x* – все действительные числа.Для любого действительного числа *х* можно указать соответствующую точку на единичной окружности, полученную поворотом точки (1,0) на угол *х* радиан, а, следовательно, ее абсциссу, т.е. косинус числа *х.**Д*(*у*): *R*Множеством значений функции *y = cos x* является отрезок –1 ≤ *у* ≤ 1.Т.к. абсциссы точек единичной окружности пробегают именно этот промежуток.1. *Е*(*у*): [−1;1]
 |
| II. Содержательная часть |
| Функция *y*=*cos x* является четной или нечетной?Почему?Как это должно отражаться на графике функции?Запишем в канву-таблицу.Является ли функция *y*=*cos x* периодической?Сформулируйте определение периодической функции.Чему равен наименьший положительный период функции *y*=*cos x*?Докажите, что наименьший положительный период функции *y*=*cos x* равен 2π.Как периодичность должна отражаться на графике функции?Запишем в канву-таблицу.При каких значениях *х* функция *у*=*cos x* принимает значение, равное 0? При каких *х* функция *у*=*cos x* принимает значение 1, -1?Запишем в канву-таблицу.Функция *y*=*cos x* определена на всей числовой прямой, и множеством её значений является отрезок [−1;1]. Следовательно, график этой функции расположен в полосе между прямыми *y*=−1 и *y*=1.Т.к. функция периодическая с наименьшим положительным периодом 2*π*, то нужно строить график на отрезке -*π*≤*x*≤*π*, а т.к. функция чётная, то её график симметричен относительно оси *Оу*, значит, можно построить его пока только для положительных *х*, т.е. достаточно построить для начала график функции на отрезке 0≤*x*≤*π*.Для этого укажем несколько «хороших» точек, принадлежащих графику на этом отрезке 0≤*x*≤*π*.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *х* | 0 | *π*/3 | *π*/2 | 2*π*/3 | *π* |
| *у* | 1 | 1/2 | 0 | -1/2 | -1 |

Симметрично отразим построенную часть графика относительно оси *Oy.*Т.о. построили график на отрезке −*π*≤*x*≤*π.*Так как функция *y*=*cos x* периодическая с периодом 2*π*, тогда на промежутках, получаемых сдвигами выбранного отрезка на 2*πn*,*n*∈*Z*, график будет таким же.C:\Users\123\Desktop\Проетк\cosx1.pngМы построили график функции. Давайте определим по графику, какими еще свойствами обладает эта функция?Какие еще вы знаете свойства функции, кроме тех, которые уже исследовали?На каком промежутке функция возрастает? Убывает?Запишем в канву-таблицу.При каких значениях *х* функция принимает положительные значения?Отрицательные значения?Запишем в канву-таблицу.Задание 1.Выяснить, при каких значениях *х*, принадлежащих отрезку [0;2*π*], функция *у*=*cos x* принимает:1. значения, равные 0, 1, -1;
2. положительные значения;
3. отрицательные значения.

Задание 2.Выяснить, возрастает или убывает функция *у*=*cos x* на отрезке:1. [-2*π*;-*π*]
2. [-*π*/2;0]
3. C:\Users\123\Desktop\Проетк\cosx1.png

Задание 3. Сравнить числа *cos* 2 и *cos* 3. Задание 4. Разбить данный отрезок на два отрезка так, чтобы на одном из них функция *у* = *cos x* возрастала, а на другом убывала:1) [*π*/2;3*π*/2]2) [0;3*π*/2]Задание 5. Используя свойство возрастания или убывания функции *у* = *cos x*, сравнить числа:1) *cos* (*π*/7) и *cos* (8*π*/9);2) *cos* (-6*π*/7) и *cos* (-*π*/8). Задание 6.Найдите наименьшее и наибольшее значения функции *y* = *cos x* на отрезке [*π*/6;2*π*/3]. | Функция *y*=*cos x* четная.Область определения функции симметрична относительно начала координат и для любого значения *х* верно равенство *cos*(-*x*)=*cos x.*График четной функции симметричен относительно оси *Oy*.Четная.Функция *y*=*cos x* периодическая.Функция *y = f (x)* называется периодической, если существует такое число *Т≠ 0,* что для любого *х* из ее области определения выполняется равенство *f (x – T) = f (x) = f (x + T).* Число *Т* называется периодом функции.*Т*=2*π*Пусть *Т*>0 – период косинуса, т.е. для любого *х* выполняется равенство *cos*(*x* + *Т*)= *cos x*. Положим *х*=0, получим *сos Т*=1. Отсюда *Т*=2*πk*, *k*∈ *Z*. Так как *Т*>0, то *Т* может принимать значения 2*π*, 4*π*, 6*π*, …, и поэтому период не может быть меньше 2*π*.Проверим, что 2*π* – это период. Так функция *y*=*cos x* определена на всей числовой оси, то достаточно показать, что *f*(*x*+2*π*)=*f*(*x*). *cos*(*x*+2*π*)=*cos x* по формулам приведения.На промежутках, получаемых сдвигами выбранного отрезка на 2*πn*, *n*∈*Z*, график будет таким же.*Т*=2*π**cos x*=0, *х*=*π*/2+*πn*, *n*∈ *Z*.*cos x*=1,при *x = 2*π*n, n*∈ *Z.**cos x*=–1,при *x =* π *+2*π*n, n*∈ *Z.**у*=0, *х*=*π*/2+*πn*, *n*∈ *Z**уmax=1, при х=2 πn,n∊ Z**уmin= -1, х= π+2 πn, n∊ Z*

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *х* | 0 | *π*/3 | *π*/2 | 2*π*/3 | *π* |
| *у* | 1 | 1/2 | 0 | -1/2 | -1 |

Промежутки монотонности и промежутки знакопостоянства.Функция возрастает при: -*π+2πn*≤*x*≤*2πn, n*∈ *Z.*Функция убывает при: 2*πn≤x≤π + 2πn, n∈ Z.*Положительные при: -π*/2+2*π*n*<*x*<π*/2+2*π*n, n*∈ *Z.*Отрицательные при *π/2+2πn<x< 3π/2+2πn, n∈ Z.*Решение:1. Проводим прямую *у*=0. Значение функции равно 0 при *х*=*π*/2;3*π*/2.

Проводим прямую *у*=1. Значение функции равно 1 при *х*=0; 2*π*. Проводим прямую *у*=-1. Значение функции равно - 1 при *х*=*π*.1. Положительные значения на отрезке [0;*π*/2]; [3*π*/2;2*π*].
2. Отрицательные значения на отрезках [*π*/2;3*π*/2].

Решение:1. [-2*π*;-*π*] убывает.
2. [-*π*/2;0] возрастает.

Решение:*π*=3,14, *π*/2=1,57, то *π*/2<2<3<*π*.Из графика видно, что на отрезке [*π*/2; *π*] функция *у*=*cos x* убывает.*cos* 2 >*cos* 3.Решение: 1)[*π*/2; *π*] – убывает; [*π*; 3*π*/2] – возрастает.2)[0; *π* ] – убывает; [*π*;3*π*/2] – возрастает.Решение:1)*π*/7∊[0; *π* ], 8*π*/9∊[0; *π* ] , на отрезке[0; *π* ] функция *у* = *cos x* убывает; (*π*/7)<(8*π*/9), следовательно, *cos* (*π*/7) >*cos* (8*π*/9).2)(-6*π*/7)∊[- *π*;0 ], (-*π*/8) ∊[- *π*;0 ], на отрезке [- *π*;0 ]функция *у* = *cos x* возрастает;(-6*π*/7) < (-*π*/8) , следовательно, *cos* (-6*π*/7) <*cos* (-*π*/8). Решение:Наибольшее значение – $\frac{\sqrt{3}}{2}$, наименьшее – 1/2. |
| 1. Рефлексивно-оценочная часть
 |
| Какова была цель нашего урока?Достигли ли мы ее?Как мы ее достигли?Домашнее задание: № 33(2,4), 34(2,4) | Построить график функции *y*=*cos x* и выявить ее свойства.Да.Мы построили график, определили свойства функции, прорешали простые задачи на применение свойств функции. |

Канва-таблица

|  |  |
| --- | --- |
| Свойства функции | *y*=*cos x* |
| *D*(*y*) | *R* |
| *E*(*y*) | [-1;1] |
| Периодическая | *T*=2*π* – наименьший положительный период |
| Четная, нечетная | четная |
| y=0y>0y<0*уmax**уmin* | *х*=*π*/2+*πn*, *n*∈ *Z*-*π/2+2πn<x<π/2+2πn, n∈ Z**π/2+2πn<x< 3π/2+2πn, n∈ Z**уmax=1, при х=2 πn,n∊ Z**уmin= -1, х= π+2 πn, n∊ Z* |
| возрастаетубывает | -*π+2πn*≤*x*≤ *2πn, n*∈ *Z*2*πn≤x≤π + 2πn, n∈ Z* |